

RESEARCH ARTICLE

## Statistical Evaluation of the classification-milling loop of the carbon in pulp plant of Antapite of the Company Sierra Sun Group (Peru) using regression analysis and ANOVA

### *Evaluación estadística del circuito de clasificación-molienda de la planta de carbón en pulpa de Antapite de la compañía Sierra Sun Group (Perú) empleando modelos estadísticos de regresión y ANOVA*

Fernando Zegarra Castañeda<sup>1</sup>, Luis Felipe Verdeja<sup>2</sup>, Rodrigo Álvarez<sup>3</sup>, Daniel Fernández-González<sup>4\*</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Explotación y Prospección de Minas, Universidad de Oviedo, C. Independencia, 13, 33004 Oviedo/Uviéu, Asturias, España

<sup>2</sup> Departamento de Ciencia de los Materiales e Ingeniería Metalúrgica, Universidad de Oviedo, C. Independencia, 13, 33004 Oviedo/Uviéu, Asturias, España

<sup>3</sup> ISYMA Research Group, Mining, Energy and Materials Engineering School, University of Oviedo, 33004 Oviedo, Spain

<sup>4</sup> Nanomaterials and Nanotechnology Research Center (CINN-CSIC), Universidad de Oviedo (UO), Principado de Asturias (PA), Avda. de la Vega, 4-6, 33940, El Entrego, Spain

Corresponding author: d.fernandez@cinn.es (Daniel Fernández-González)

### ABSTRACT

#### Key points:

Statistical methods allow better management of the variables to obtain greater cut sizes of the  $d_{50C}$ .

Statistical methods contribute to improving gold recoveries achieved in gravimetric and carbon in pulp circuits of the process plant.

Statistical studies of grinding-classification in a gold plant allow to define equations to obtain gold recoveries at different cut sizes  $d_{50C}$ .

This manuscript involved a statistical evaluation of the milling-classification loop of the Antapite gold plant in Perú. The current metallurgical process is based on the carbon in pulp, which treats a head gold grade ore of 29.5 g/t. Nowadays, the milling loop uses a ball mill, whose discharged ore feeds a conventional Krebs hydrocyclone. Under current operating conditions, 71.30% of the gold concentrate is  $<74 \mu\text{m}$  (of 10 inches). Nevertheless, the objective was to increase at least 5 points in percentage the gold content in the concentrate to optimize the gold recovery in the cyanidation-adsorption loop. This objective was solved by means of a multivariate statistics regression model to study the dependency of the variables in three different scenarios, eliminating the non-significative statistical variables. The first scenario included the dependence of the cut size,  $d_{50C}$ , with respect to the pressure and the feeding flow to the hydrocyclone. The second scenario involved the analysis of the dependence of the gold concentrate  $<74 \mu\text{m}$  with respect to the feeding flow, pressure,  $d_{50}$  and  $d_{50C}$ . Finally, the third scenario included the evaluation of the gold concentrate  $<74 \mu\text{m}$  and  $d_{50C}$ . Later, and once defined the parameter that would have influenced the variable of the gold concentrate  $<74 \mu\text{m}$  with the studied variables, it was possible to find the value of  $d_{50}$  correlated with the flow and working pressure to obtain the objective cut size of 77.39% of gold concentrate with  $<74 \mu\text{m}$ .

**Keywords:** Gold; Metallurgy; Mining; Carbon in pulp

**Article History:**

Received: 20/03/2023

Accepted: 15/01/2024

### RESUMEN

#### Puntos clave:

Métodos estadísticos permiten un mejor manejo de las variables para obtener los tamaños de corte del mineral aurífero  $d_{50C}$ .

Los métodos estadísticos contribuyen a mejorar las recuperaciones de oro obtenidas en los circuitos de gravimetría y carbón en pulpa.

Estudios estadísticos aplicados a molienda-clasificación permiten definir ecuaciones y recuperaciones de oro a diferentes tamaños de corte  $d_{50C}$ .

El presente trabajo pudo mostrar una evaluación estadística del circuito de molienda – clasificación de una planta aurífera de la planta Antapite de la Compañía Minera Sierra Sun Group (Perú). El circuito de molienda empleaba un molino de bolas, cuyo mineral descargado tenía una ley de oro de 29.50 g/t, el cual alimentaba a un hidrociclón convencional Krebs (de 10 pulgadas de tamaño, 254 mm), cuyo reboso tenía una distribución de oro de 71.30 % (para tamaños de partículas de menos  $74 \mu\text{m}$ ). Sin embargo, el objetivo fue aumentar esta distribución a un valor equivalente a 77.39% (para partículas menores a  $74 \mu\text{m}$ ), es decir, al menos 5 puntos por encima de la actual. Este reboso alimentó al circuito metalúrgico formado por concentración gravimétrica y/o cianuración – adsorción dependiendo de la mineralogía con la que se encontraba asociada el oro. Se realizó un análisis estadístico de regresión múltiple para las variables de operación del hidrociclón Krebs de 10 pulgadas (254 mm) que permitió obtener la distribución de oro (objetivo mencionado anteriormente). De esta manera se plantearon tres escenarios diferentes, en los cuales se eliminaron las variables no significativas. El primer escenario evaluó la dependencia del tamaño de corte corregido  $d_{50C}$  en función de la presión y caudal de la pulpa de alimentación al hidrociclón, el segundo escenario analizó la variable independiente: distribución de oro en el reboso del hidrociclón con respecto a las variables dependientes: caudal alimentado, presión,  $d_{50}$  y  $d_{50C}$  para tamaños de partículas menores a  $74 \mu\text{m}$ . Por último, el tercer escenario permitió evaluar la dependencia de la distribución de oro objetivo frente al  $d_{50C}$ . Finalmente, se logró definir el parámetro que influye en la dependencia de la distribución de oro objetivo en el reboso, pudiendo encontrar así el valor de  $d_{50}$  (tamaño de corte sin corregir en micras) en función del caudal y presión de trabajo para llegar a la distribución de oro objetivo de 77.39% en el reboso (para partículas menores a  $74 \mu\text{m}$ ).

**Palabras clave:** Oro; Metalurgia; Minería; Carbón en pulpa

**Historial del artículo:**

Recibido: 20/03/2023

Aceptado: 15/01/2024

## 1. Introducción

El desarrollo de los métodos estadísticos y su aplicación a los procesos industriales ha contribuido de modo relevante a un aumento en la eficiencia de la utilización de los recursos y, de esta manera, constituye una mejora en la competitividad de las industrias. En cierta medida, esta mejora en la eficiencia en la utilización de los recursos contribuye a la sostenibilidad medioambiental de la industria (Fernández-González *et al.*, 2016). En la minería, la selección de aquellos parámetros que permitan la maximización de los recursos extraídos es un aspecto de gran importancia que ha ido ganando peso con el paso de los años, especialmente con el agotamiento de aquellos yacimientos de mayor ley y que resultaban más fácilmente explotables (Li *et al.*, 2017; Cho *et al.*, 2020). En este sentido, la mejora en la recuperación empleando métodos estadísticos cobra gran relevancia en todos los puntos del proceso minero (Turán, 2018), lo que también repercute en una mejor utilización de los recursos energéticos, mejorando la rentabilidad de las explotaciones. El desarrollo de la informática ha jugado y juega un papel importante en los estudios de los datos y en la elaboración de modelos estadísticos. En el campo de la minería, la informática ha permitido realizar estudios amplios de los datos geológicos, lo que han redundado en un mejor análisis de los yacimientos, reduciendo los riesgos de las inversiones mineras (Taylor and Altman, 2001). Por otra parte, en el ámbito de la metalurgia extractiva, ésta se ha centrado en mayor medida en el desarrollo de procesos de control y simulación (Taylor and Altman, 2001), reportando el análisis de los datos de sensores y otros equipos de control y monitorización importantes beneficios en la reducción de costes (Baeza *et al.*, 2016), pero también en la realización de procesos de modo más estable y homogéneo (Fernández-González *et al.*, 2016). Más recientemente, la aplicación de la inteligencia artificial y el *machine learning* a la industria minero-metalúrgica conducirá a modelos más precisos y adaptativos (Jooshaki *et al.*, 2021). Al igual que en el resto de las áreas minero-metalúrgicas, los métodos estadísticos están cobrando importancia en el campo de la minería y metalurgia del oro (Krige, 1970; Handley *et al.*, 2000; Gu *et al.*, 2017), incluyendo las etapas de molienda/clasificación (Lee *et al.*, 2020; Galvin and Iveson, 2022) o los hidrociclones empleados en el proceso (Rao *et al.*, 1982; Chen *et al.*, 2000).

Dada la importancia y la utilidad de las técnicas estadísticas para analizar las interacciones entre variables y así lograr mejores recuperaciones de metal de interés, el presente estudio tuvo por finalidad estudiar diferentes parámetros del proceso de molienda-clasificación para lograr el porcentaje óptimo de partículas de ley de oro a partículas menores a  $74 \mu\text{m}$  en el rebose del hidrociclón convencional Krebs de 10 pulgadas (254 mm). De esta manera, y sin la necesidad de cambiar el tamaño del presente hidrociclón que operaba en el circuito de molienda-clasificación de la planta Antapite que pertenece a la Compañía Sierra Sun Group, fue posible lograr un aumento en las recuperaciones de oro en el circuito de cianuración. Así pues, adaptando las variables de operación, se logró una distribución de oro de 77.39% en la fracción de partículas menores a  $74 \mu\text{m}$ , mayor a 5 puntos porcentuales por encima de la que tenía en aquel momento.

### 1.1. Hipótesis de partida

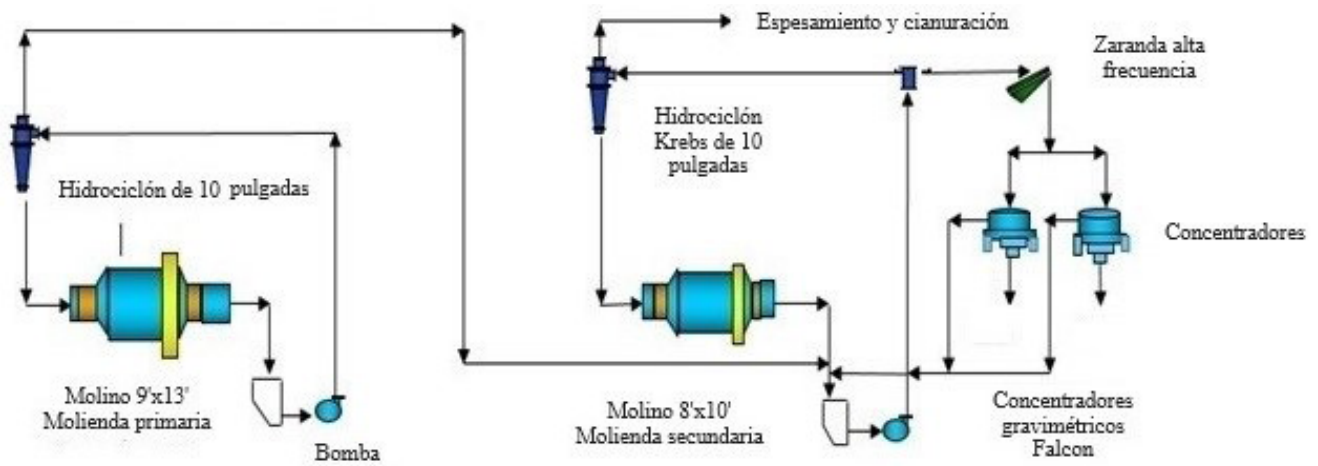
La planta de oro de la Unidad Antapite pertenece a la Compañía Sierra Sun Group y está localizada en Perú. La planta emplea la tecnología de carbón en pulpa, procesando un mineral aurífero a 46.28 t/h, con una ley de oro en la cabeza igual a 29.50 g/t. La etapa de molienda-clasificación, procesaba una carga circulante de 153.87% que es el hundido (gruesos) del hidrociclón de 10 pulgadas (254 mm), mientras que el rebose (finos) del hidrociclón alimentaba a una zaranda de alta frecuencia cuya descarga alimentaba a un concentrador centrífugo Falcon y/o circuito de cianuración. Es en este concentrador en donde se recibió una mayor distribución de oro procedente del ajuste de variables operativas del hidrociclón de 10 pulgadas o 254 mm (denominado distribución objetivo de 77.39% de partículas menores a  $74 \mu\text{m}$ , al menos 5 veces superior al que se manejaba antes del estudio). El circuito del proceso se muestra en la Figura 1.

El circuito constaba de un molino de bolas de 9 ft (2.74 m) de diámetro y 13 ft (3.96 m) de longitud, el cual trabajaba en circuito cerrado con un hidrociclón convencional Krebs de 10 pulgadas (254 mm) de diámetro. El producto molido por este molino descargaba una pulpa la cual era bombeada a un distribuidor que alimentaba al hidrociclón de 10 pulgadas (254 mm) de diámetro y a un concentrador centrífugo Falcon modelo F-1 SB-750 (en caso de que la ley de oro aumente en

la cabeza del mineral alimentado y/o existir oro libre). En la ruta del concentrador centrífugo, la siguiente etapa era enviar este concentrado a un Reactor de Lixiviación Intensiva, donde se produce una solución aurífera con alta concentración de oro en solución (*pregnant*), la cual se enviaría a una celda de electrodeposición. Por otra parte, cuando el rebose del hidrociclón de 10 pulgadas (254 mm), se envía a la segunda ruta, la cual es el circuito de cianuración, donde se produce la disolución de oro y su posterior adsorción en carbón activado (circuito de carbón en pulpa). Los equipos que intervienen en el presente estudio se muestran en la Figura 2 (molino de 9 x 13 pies, 2.74 x 3.96 m), Figura 3 (hidrociclones de 10 pulgadas (254 mm) hidrociclones de 10 pulgadas

(254 mm) para efectuar los cortes deseados (este número de hidrociclones ha aumentado puesto que la planta aumentó su capacidad de tratamiento) y Figura 4 (concentrador centrífugo Falcon Modelo F-1 SB-750). Imágenes tomadas en la planta.

Las características del hidrociclón son: 10 pulgadas (254 mm) de diámetro, altura de 74 pulgadas (1.88 m), el diámetro de la tubería de alimentación de 2 pulgadas (50.8 mm), diámetro del vórtex (rebose) de 2.5 pulgadas (63.5 mm), y el diámetro del ápex (hundido) es de 1.25 pulgadas (31.75 mm). El objetivo del presente trabajo fue llegar a tener altos porcentajes de distribución de oro en tamaño de partículas de menos 74  $\mu\text{m}$  (malla 200) para mejorar la recuperación de oro



**Figura 1.** Diagrama de Flujo de la Planta de Antapite (Capacidad de tratamiento del Molino 9 x 13 pies: 46.28 t/h).  
**Figure 1.** Flow diagram of the Antapite plant (processing capacity of the mill of 9 x 13 ft.: 46.28 t/h).



**Figura 2.** Molino de Molienda Primaria 9x13 pies (2.74 x 3.96 m).  
**Figure 2.** Primary milling mill 9 x 13 ft. (2.74 x 3.96 m)



**Figura 3.** Hidrociclones de 10 Pulgadas (254 mm).  
**Figure 3.** Hydrocyclone of 10 inches (254 mm).



**Figura 4.** Concentrador centrífugo Falcon Modelo F-1 SB-750.  
**Figure 4.** Centrifugal concentrator Falcon Model F-1 SB-750.

obtenido en el proceso de carbón en pulpa y, consecuentemente, en la producción diaria de oro lograda en la Planta de Antapite. La malla 200 con una luz de 74  $\mu\text{m}$  es habitualmente empleada en la industria del oro, dado que a este tamaño existe la liberación de la mena y puesto que garantiza la obtención de un buen concentrado gravimétrico y/o buena recuperación de oro en las soluciones de cianuración-adsorción (carbón en pulpa). En la actualidad, un 71.30 % del mineral de oro tiene un tamaño inferior a las 74  $\mu\text{m}$ , y el objetivo, como se indicaba anteriormente era incrementarla hasta un 77.39% (al menos 5 puntos por encima de la actual) con la modificación de parámetros de proceso y/o de las partes del hidrociclón de 10 pulgadas (254 mm), lo cual lograría un incremento en la recuperación de oro en las etapas posteriores ya mencionadas y, consecuentemente, una mayor producción de oro mensual por parte de la empresa minera Sierra Sun Group.

Las variables estudiadas se recogen en la Tabla 1.

Se denomina  $d_{50C}$  ( $\mu\text{m}$ ) a  $d_{50}$  al tamaño de partículas que tienen la misma probabilidad de ir a la descarga (fracción gruesa) o al rebose (fracción fina) del hidrociclón afectados por el bypass de finos.

Las fórmulas del modelo Krebs para hidrociclones servirán como base para analizar el tamaño de corte corregido en función a las variables de operación de los hidrociclones, entre otras estimaciones y se muestran a continuación :

Fórmula para calcular el tamaño de corte corregido:

$$d_{50C} = K_D \cdot D_c^{-0.28} \cdot D_o^{0.64} \cdot A_i^{0.14} \cdot (53 - \phi)^{-1.37} \cdot (\rho_s - 1)^{-0.1} \cdot P^{0.25} \cdot D_u^{-0.5} \cdot h_1^{-0.5} \cdot u^{0.5} \quad (1)$$

Todas las variables de la fórmula anterior están explicadas en la Tabla 1. Sin embargo, la constante  $K_D$  será función del diámetro del hidrociclón, cuyo valor varía para diámetros mayores y/o menores de 6 pulgadas (152.4 mm) dependiendo del caso. Además,  $A_i$  es el área interna del ingreso de la pulpa alimentada al hidrociclón ( $\text{in}^2$ ), y  $u$  es la viscosidad aparente de la pulpa de alimentación al hidrociclón ( $P$ ).

Fórmula para calcular el Caudal alimentado al hidrociclón:

$$Q = K_Q \cdot D_c^{0.271} \cdot P^{0.5} \cdot (1 + 4.461 \cdot 10^{-3} \cdot \phi^{1.28}) \cdot D_o^{0.982} \cdot A_i^{0.323} \quad (2)$$

Todas las variables de esta fórmula están explicadas en la Tabla 1, excepto que la constante  $K_Q$  está en función del diámetro del hidrociclón en estudio.

Por lo tanto, fueron empleados los modelos de regresión múltiple y análisis de la varianza (ANOVA) con lo cual las relaciones entre las variables fueron establecidas, para permitir modificar los parámetros de operación y lograr el objetivo establecido (distribución de oro en el rebose del hidrociclón) sin modificar el tamaño del hidrociclón.

Variable	Abreviatura
Tamaño de corte corregido ( $\mu\text{m}$ )	$d_{50C}$
Tamaño de corte, indica el tamaño en $\mu\text{m}$ pasante al 50%.	$d_{50}$
Caudal ( $\text{pie}^3/\text{min}$ , donde $1 \text{ pie}^3/\text{min} = 1.7 \text{ m}^3/\text{h}$ )	$Q$
Presión (psi, donde $1 \text{ psi} = 6894.76 \text{ Pa}$ )	$P$
Diámetro del rebose del hidrociclón (pulgadas, donde $1 \text{ pulgada} = 25.4 \text{ mm}$ )	$D_o$
Diámetro del ápex (descarga) del hidrociclón (pulgadas)	$D_u$
Diámetro del ingreso del hidrociclón (pulgadas)	$D_i$
Altura del hidrociclón (pulgadas)	$h$
Densidad de los sólidos ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )	$P_s$
Densidad del líquido ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )	$P$
% Volumétrico del alimento	$\Phi$

**Tabla 1.** Variables de proceso que se van a estudiar para incrementar el porcentaje de concentrado de oro inferior a las 74  $\mu\text{m}$ .  
**Table 1.** Variables of the process that are going to be studied to increase the percentage of gold concentrate < 74  $\mu\text{m}$ .

clón, y sin aumentar su número de unidades operativas, lo cual resultó en un impacto económico favorable para la compañía minera. Por otra parte, este estudio estadístico permitió obtener expresiones matemáticas adecuadas para que en su momento se pueda predecir el valor  $d_{50}$  que sirvió como un valor exclusivamente de control para el proceso industrial de esta planta.

## 2. Datos de la operación actual del hidrociclón de 10 pulgadas (254 mm)

Las características del producto de la molienda en el Molino 9 x 13 ft (2.74 x 3.96 m), el cual es alimentado al hidrociclón Krebs de 10 pulgadas (254 mm) se resumen en la Tabla 2, en donde se muestra el porcentaje en peso del mineral pasante (%) versus el porcentaje de distribución de oro en peso (%) por cada malla (tomando en cuenta sus respectivos balances en cada una de ellas) y al cual se le denominó como  $\Upsilon$  (%). Los valores tanto en la alimentación como en el rebose del hidrociclón fueron tomados del proceso de molienda-clasificación. Así mismo para el presente estudio solo se toman los valores obtenidos en el rebose del hidrociclón dado que era la alimentación al circuito de carbón en pulpa y es en este circuito donde se esperaba mejorar las recuperaciones de oro. Por lo tanto, se descarta la evaluación de los gruesos producidos por el hidrociclón.

Se define el % peso pasante como el porcentaje de partículas que pasa la luz de la malla expresada en micras, la variable  $\Upsilon$  es el porcentaje de la distribución de oro que pasa por cada luz indicada. Solo se tiene en cuenta los balances del rebose porque este producto alimentará directamente a la concentración gravimétrica o al proceso de carbón en pulpa en donde se espera mejorar la recuperación de oro.

En la Tabla 3 se recogen los valores actuales correspondientes al rebose (fracción fina) del hidrociclón de 10 pulgadas (254 mm), los cuales se obtienen partiendo de la granulometría de la columna de la alimentación de la Tabla 2 y aplicando las fórmulas de Krebs, se aplica una simulación a los parámetros de operación del hidrociclón tales como: caudal de pulpa ( $Q$ , pie<sup>3</sup>/min (donde 1 pie<sup>3</sup>/min es equivalente a 1.7 m<sup>3</sup>/h)), presión de ingreso de la pulpa ( $P$ , psi (donde 1 psi es equivalente a 6984.76 Pa)), tamaño de partícula en micrómetros del 50% pasante corregido, es decir, en operación de hidrociclón ( $d_{50C}$ ,  $\mu\text{m}$ ) y tamaño de partícula en micrómetros del 50% del mineral alimentado ( $d_{50}$ ,  $\mu\text{m}$ ).

Estas condiciones de operación fueron analizadas por la Estadística de Regresión con la cual fue empleada la condición de probabilidad indicando que para los valores de las variables mayores de 0.05 no tuvieron significancia estadística y para valores menores, sí. Finalmente habiendo

Malla	Luz ( $\mu\text{m}$ )	ALIMENTACIÓN		REBOSE	
		Porcentaje Peso Pasante (%)	$\Upsilon$ (%)	Porcentaje Peso Pasante (%)	$\Upsilon$ (%)
6	3360	98.8	99.2		
10	1700	96.2	97.7		
20	850	91.4	95.1	99.97	
35	425	83.7	91.6	99.89	99.8
48	300	72.0	86.1	98.99	98.9
65	246	56.1	77.4	93.99	95.3
100	147	43.2	66.4	84.30	88.2
140	105	33.8	55.0	72.30	80.1
200	74	25.8	41.0	59.00	71.0
270	53	21.1	29.7	49.30	62.2
400	37	18.1	22.3	42.62	54.7

**Tabla 2.** Distribución granulométrica de la entrada y salida del hidrociclón en las condiciones actuales de operación.

**Table 2.** Granulometric distribution at the entrance and exit of the hydrocyclone under the current conditions of operation.

Q (pie <sup>3</sup> /min)	Q (m <sup>3</sup> /h)	P (psi)	P (Pa)	d <sub>50C</sub> (μm)	d <sub>50</sub> (μm)	Distribución de oro pasante a 74 μm rebose del hidrociclón (%)	Distribución de oro pasante en rebose del hidrociclón (%)
38.81	65.94	27.00	186158	86.70	63.50	77.39	67.00
35.82	60.86	23.00	158579	90.24	63.50	76.63	66.31
35.03	59.52	22.00	151685	91.25	62.00	76.32	64.76
31.69	53.84	18.00	124106	95.95	63.00	74.86	64.44
26.93	45.75	13.00	89631.8	104.08	66.12	72.53	66.12
25.87	43.95	12.00	82737.1	106.18	70.07	71.95	69.51
24.77	42.08	11.00	75842.3	108.52	68.50	71.30	66.50
21.12	35.88	8.00	55158.1	117.51	74.00	69.14	69.14

**Tabla 3.** Datos empleados para obtener la ecuación del d<sub>50C</sub> y el porcentaje de oro pasante por 74 μm.

**Table 3.** Data used to obtain the equation of the d<sub>50C</sub> and the percentage of gold passing through 74 μm.

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor crítico de F
Regresión	2	756.41	378.20	11229.5	7.39·10 <sup>-10</sup>
Residuos	5	0.17	0.034		
Total	7	756.58			
		Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad
Intercepción		192.87	2.4293	79.3917	6.01·10 <sup>-9</sup>
Q (Pie <sup>3</sup> /min)		-4.59	0.1684	-27.2665	1.24·10 <sup>-6</sup>
P (Psi)		2.69	0.1581	17.0120	1.28·10 <sup>-5</sup>

**Tabla 4.** Análisis de la varianza para Q (pie<sup>3</sup>/min)– P (psi) – d<sub>50C</sub> (μm).

**Table 4.** Analysis of the variance for Q (pie<sup>3</sup>/min)– P (psi) – d<sub>50C</sub> (μm).

discriminado las variables por regresión, se efectuó el análisis de la varianza (ANOVA) de las variables relevantes obtenidas, que permitieron estimar el tamaño de partícula d<sub>50C</sub>, y el porcentaje de oro pasante por 74 μm.

Empleando la herramienta de Excel para *Regresión* se analizó en primera instancia la dependencia entre las variables tal como sigue:

### 2.1. Escenario 1

En este primer escenario se efectuó la correlación entre el d<sub>50C</sub> con la presión y el caudal de pulpa que alimenta el hidrociclón de 10 pulgadas (254 mm), en tanto que se trata de parámetros que se pueden ajustar durante la operación. Se realizó un análisis de la dependencia de la varia-

ble d<sub>50C</sub> con la presión y con el caudal como variables independientes, empleando la herramienta de análisis de la *Regresión* de Excel, se obtuvieron los resultados que aparecen en la Tabla 4. En la tabla se encuentra gran cantidad de información. Por una parte, los grados de libertad, la suma de los cuadrados y el promedio de los cuadrados se encuentran relacionados con las fórmulas empleadas en la determinación de la recta de regresión, cuyos coeficientes figuran en la columna de “coeficientes”. Por otra parte, los valores de F y valor crítico de F están relacionados con los coeficientes de la recta de regresión, de tal manera que lo que interesa es que el estadístico F sea lo más grande posible o que el valor crítico de F sea lo más pequeño posible, que sean estadísticamente significati-

vos. Por último, otros de los parámetros que proporciona la función ANOVA de Excel son: el error típico, que indicaría la variación que tiene la estimación del coeficiente; el estadístico t, que es el resultado de la división entre el coeficiente y su error estándar, indicando significancia de los coeficientes (en términos absolutos se espera que tenga un valor grande, generalmente mayor de 2); y la probabilidad o valor-p, que es la probabilidad de que el coeficiente sea igual a cero (se espera que el valor-p sea lo más pequeño posible, y en especial menor de 0.05). En cualquier caso, estos valores son calculados automáticamente por el programa Excel cuando se aplica la función de Análisis de Varianza (ANOVA) para conjuntos de datos, siendo importantes para una correcta interpretación de los resultados los remarcados en estas líneas.

Observación	Pronóstico $d_{50C}$ ( $\mu\text{m}$ )	Residuos
1	88.5734	-0.1919
2	90.1994	0.0437
3	91.1267	0.1248
4	95.7316	0.2146
5	104.1418	-0.0636
6	106.3052	-0.1233
7	108.6753	-0.1583
8	117.3556	0.1540

**Tabla 5.** Análisis de los residuos – Escenario 1.

**Table 5.** Analysis of residuals – First scenario.

Y el análisis de los residuos se recoge en la Tabla 5, que proporciona los valores del  $d_{50C}$  para los valores del caudal y la presión obtenidos con la recta de regresión, mientras que los residuos indican la diferencia entre el valor medido y el valor calculado con el modelo.

Los valores de probabilidad de las variables presión y caudal son menores que 0.05. De esta manera, por la condición de la Estadística de la Regresión serán *variables relevantes* para determinar el  $d_{50C}$ .

Lo que permitió obtener una ecuación para estimar la variable  $d_{50C}$  en función de la presión y el caudal, la cual es:

$$d_{50C} (\mu\text{m}) = 192.8689 - 4.5929 \cdot Q (\text{pie}^3/\text{min}) + 2.6888 \cdot P (\text{psi}) \quad (3)$$

Asimismo, el programa arrojó los resultados denominados *Análisis de los Residuales* donde se muestran los valores  $d_{50C}$  en el eje Y, y en el eje X los datos de la iteración de los parámetros caudal y presión los cuales se grafican en la siguiente curva de la Figura 5.

## 2.2. Escenario 2

En este escenario fueron evaluadas las variables siguientes: la correlación del porcentaje de oro pasante en función del caudal, la presión,  $d_{50}$  y  $d_{50C}$ , empleando la misma herramienta de Excel que en el caso anterior.

Existe relación polinómica entre algunas de las variables y el porcentaje en peso pasante de oro, se obtuvieron los datos de la Tabla 6.

	Grados de libertad	Suma de cuadrados		Promedio de los cuadrados	F	Valor crítico de F
Regresión	4	22.99		5.75	49.29	0.005
Residuos	3	0.35		0.12		
Total	7	23.34				
		Coeficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	
Intercepción		192.92	183.46	1.052	0.370	
Q ( $\text{pie}^3/\text{min.}$ )		-3.37	4.44	-0.759	0.503	
P (psi)		1.62	2.67	0.608	0.586	
$d_{50C}$ ( $\mu\text{m}$ )		-1.25	0.91	-1.381	0.261	
$d_{50}$ ( $\mu\text{m}$ )		1.11	0.14	8.037	0.004	

**Tabla 6.** Análisis de la varianza para Q ( $\text{pie}^3/\text{min}$ )– P (psi) –  $d_{50C}$  ( $\mu\text{m}$ ) –  $d_{50}$  ( $\mu\text{m}$ ).

**Table 6.** Analysis of the variance for Q ( $\text{pie}^3/\text{min}$ )– P (psi) –  $d_{50C}$  ( $\mu\text{m}$ ) –  $d_{50}$  ( $\mu\text{m}$ ).

Y el análisis de los residuos se recoge en la Tabla 7, donde la segunda columna indica el valor obtenido con el modelo de regresión (ecuación obtenida con la columna de coeficientes en la Tabla 6) y la tercera columna refleja el valor de la diferencia entre el modelo y el valor medido.

Los valores de probabilidad de las variables caudal (Q), presión (P) y  $d_{50C}$ , son mayores que 0.05. Por lo tanto, por la condición de la Estadística de la Regresión no serán estadísticamente significativos, mientras solo la variable relevante fue el  $d_{50}$  para determinar “el % distribución de oro pasante por el rebose del hidrociclón”. Sin embargo, los residuos brindarán un coeficiente de correlación bajo (Figura 6). Es conveniente mejorar las leyes de oro en cada una de las mallas, lo cual es un tema relacionado con el mineral procedente del minado y que fue alimentado al circuito de molienda-clasificación en estudio.

La Figura 6 presenta la gráfica de los datos de los análisis de los residuos anteriormente determinados.

En el eje X se ubican los valores simulados por el programa que corresponden a las “observaciones resultantes” como resultado de las iteraciones de la presión,  $d_{50C}$  y  $d_{50}$ . En el eje Y se ubican los valores “% distribución de oro pasante por el rebose del hidrociclón”.

Lo que permite obtener la siguiente ecuación:

$$\% \text{ Distribución de oro pasante por el rebose del hidrociclón} = 192.9235 - 3.3713 \cdot Q \text{ (pie}^3\text{/min)} + 1.6232 \cdot P \text{ (psi)} - 1.2544 \cdot d_{50C} \text{ (}\mu\text{m)} + 1.1053 \cdot d_{50} \text{ (}\mu\text{m)} \quad (4)$$

### 2.3. Escenario 3

En este tercer escenario fueron analizados la correlación entre el % de la distribución de oro pasante en el rebose del hidrociclón y el tamaño de corte del mineral de la pulpa ( $d_{50}$ ) para lo cual se empleó la misma herramienta de Excel que en el caso anterior.

Existe una relación lineal entre el  $d_{50}$  ( $\mu\text{m}$ ) y el % distribución de oro pasante en el rebose del hidrociclón, de esta manera se obtuvieron los datos presentados en la Tabla 8.

Asimismo, el análisis de los residuos está recogido en la Tabla 9.

Los valores de probabilidad de las variables  $d_{50}$  es menor que 0.05. Por lo tanto, por la condición de la Estadística de la Regresión será estadísticamente significativa para determinar “% distribución de oro pasante por el rebose del hidrociclón”.

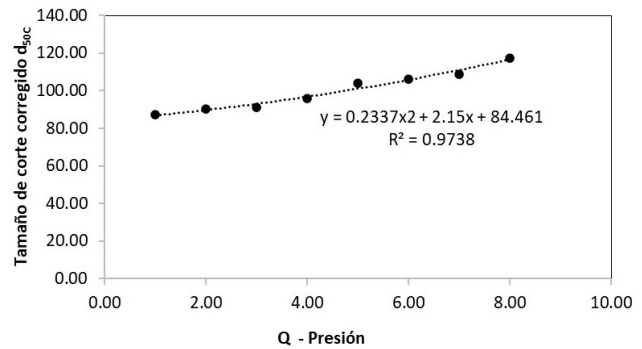


Figura 5. Tamaño de corte - corregido ( $d_{50C}$ ) vs Q- Presión.

Figure 5. Corrected cut size ( $d_{50C}$ ) vs Q- Pressure.

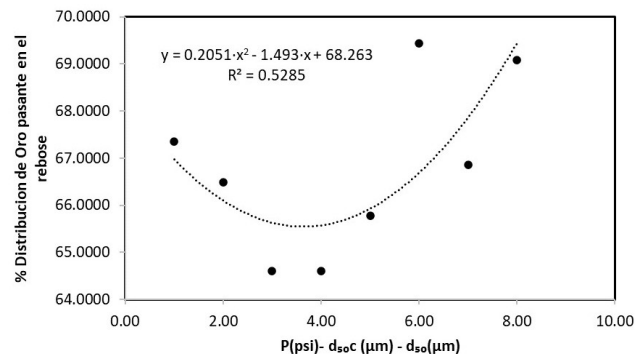


Figura 6. Iteraciones Presión-  $d_{50C}$ - $d_{50}$  vs % Distribución de oro pasante por el rebose del hidrociclón.

Figure 6. Iterations Pressure-  $d_{50C}$ - $d_{50}$  vs % distribution of gold passing through the overflow of the hydrocyclone.

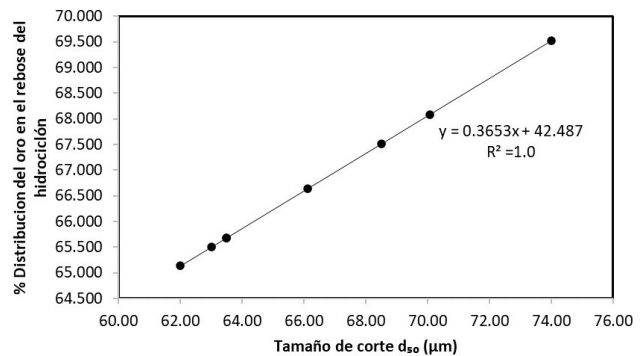


Figura 7. Tamaño de corte  $d_{50}$  ( $\mu\text{m}$ ) versus % distribución de oro pasante en el rebose de hidrociclón.

Figure 7. Cut size  $d_{50}$  ( $\mu\text{m}$ ) versus % distribution of gold passing through the overflow of the hydrocyclone.

La Figura 7 presenta la gráfica de los datos de los análisis de los residuos anteriormente determinados.

Lo que nos permitió obtener la siguiente ecuación:

$$\% \text{ Distribución de oro pasante por el rebose del hidrociclón} = 42.4874 + 0.365 \cdot d_{50} \text{ (}\mu\text{m)} \quad (5)$$

De modo que fue obtenida una excelente relación empleando la ecuación anterior.



Observación	Pronóstico % distribución pasante de Au por el rebose	Residuos
1	66.9332	0.0668
2	66.4923	-0.1823
3	64.6003	0.1597
4	64.5984	-0.1584
5	65.7715	0.3485
6	69.4371	0.0729
7	66.8628	-0.3628
8	69.0846	0.0554

**Tabla 7.** Análisis de los residuos – Escenario 2.

**Table 7.** Analysis of residuals – Second scenario.

### 3. Análisis de varianza: ANOVA

A continuación, se procedió a realizar un análisis de varianza teniendo en cuenta los factores que se identificaron como relevantes en las secciones anteriores, los cuales fueron el caudal, la presión, y el tamaño de corte  $d_{50}$ . De esta manera, se buscó lograr que el hidrociclón pudiera presentar un corte equivalente al  $d_{50C}$  buscado y que tomara un valor de  $86.70 \mu\text{m}$  para unos determinados valores de caudales y presiones. Se empleó, al igual que en apartados anteriores, el programa Excel en su opción de análisis de la varianza.

En la Tabla 10 se presentan los valores del  $d_{50C}$ , para diferentes caudales y presiones calculados a partir de las fórmulas del modelo Krebs para definir las mejores condiciones de operación del hidrociclón. Los cálculos se hicieron unidades

del sistema anglosajón por práctica profesional en la industria minera de Perú, donde las compañías americanas tienen un peso importante. En cualquier caso, señalar que las equivalencias son:  $1 \text{ pie}^3/\text{min} = 1.7 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $1 \text{ psi} = 6894.76 \text{ Pa}$  y  $1 \text{ pulgada (in)} = 25.4 \text{ cm}$ , incluyéndose una equivalencia en las tablas en las que era relevante esta información para el lector.

Se procedió a realizar un análisis ANOVA con Excel según la modalidad de “Análisis de varianza de dos factores con una sola muestra por grupo”, recogiendo los valores en la Tabla 11.

Se observa que la presión es la variable más significativa para controlar en el hidrociclón, la cual nos permitirá obtener un  $d_{50C}$  de  $86.70 \mu\text{m}$ .

El siguiente paso del proceso consistiría en la selección de los diámetros del rebose y hundido adecuados del hidrociclón de 10 pulgadas (254 mm) para obtener los tamaños corregidos ( $d_{50C} = 86.70 \mu\text{m}$ ). Los resultados se muestran en la Tabla 12 (empleando la ecuación 1) siendo útiles para ajustar el hidrociclón de 10 pulgadas (254 mm), lo cual contribuyó a obtener los valores deseados, y así, lograr una buena distribución del oro en su rebose (fracción fina).

Se procedió a estimar los diámetros del rebose ( $D_o$ ) y hundido ( $D_u$ ) para obtener un mejor valor del tamaño de corte corregido definido por  $d_{50C}$  ( $\mu\text{m}$ ). Los valores obtenidos se muestran en la siguiente tabla:

De esta manera, las condiciones de operación actual en la planta, y las que se esperaron alcanzar con las modificaciones en el valor de la presión y caudal se presentan a continuación (Tabla 13).

Así mismo, en forma general, la bomba actual de dimensiones 6x4 pulgadas(in) ( $152.4 \times 101.6$

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor crítico de F
Regresión	1	16.474	16.474	14.4	0.009
Residuos	6	6.862	1.144		
Total	7	23.335			
		Coeficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad
Intercepción		42.487	6.397	6.642	0.001
$d_{50}$ ( $\mu\text{m}$ )		0.365	0.096	3.795	0.009

**Tabla 8.** Análisis de la varianza para para  $Y$  (% distribución de oro pasante en el rebose del hidrociclón) –  $d_{50}$  ( $\mu\text{m}$ ).

**Table 8.** Analysis of the variance for  $Y$  (% distribution of gold passing through the overflow of the hydrocyclone) –  $d_{50}$  ( $\mu\text{m}$ ).

mm) permitirá aumentar la presión de clasificación al hidrociclón de 11 a 27 psi (0.76 Bar o 75842.3 Pa a 1.86 Bar) teniendo solo que variar la velocidad de giro de 900 a 1200 rpm manteniendo el mismo tamaño de motor, el consumo de partes de la bomba sería la mitad de su tiempo de vida normal, con respecto a las partes del hidrociclón. Los diámetros tanto del rebose como del hundido sufrirían un mayor desgaste por la mayor presión recomendada, pero los costes derivados serían mínimos. Se estima que la producción del concentrado de oro en el concentrador centrífugo al recibir un mineral aurífero alimentado de mayor ley por día mejoraría su producción, aunque se necesitaría de un estudio más detallado para estimar esta mejora.

Observación	Pronóstico % distribución de Au pasante en el rebose	Residuos
1	65.6863	1.3137
2	65.6863	0.6237
3	65.1383	-0.3783
4	65.5036	-1.0636
5	66.6435	-0.5235
6	68.0866	1.4234
7	67.5130	-1.0130
8	69.5223	-0.3823

**Tabla 9.** Análisis de los residuos – Escenario 3.

**Table 9.** Analysis of residuals – Third scenario.

	P (psi)			
	27 (186158 Pa)	22 (151685 Pa)	18 (124106 Pa)	12 (82737.1 Pa)
Q (pie <sup>3</sup> /min)	d <sub>50c</sub> (µm)			
38.81 (65.94 m <sup>3</sup> /h)	86.70	99.14	123.87	155.40
31.69 (53.84 m <sup>3</sup> /h)	115.01	110.96	127.28	127.28
24.77 (42.08 m <sup>3</sup> /h)	86.12	95.54	108.73	108.73

**Tabla 10.** Valores del d<sub>50c</sub>, para diferentes caudales y presiones calculados a partir de las fórmulas del Modelo Krebs.

**Table 10.** Values of the d<sub>50c</sub>, for different flows and pressures calculated using the equation of the Model Krebs.

RESUMEN		Cuenta	Suma	Promedio	Varianza	
Fila 1		4	465.11	116.2775	918.912825	
Fila 2		4	480.53	120.1325	70.849425	
Fila 3		4	399.12	99.78	121.592733	
Columna 1		3	287.83	95.9433333	272.737433	
Columna 2		3	305.64	101.88	65.0748	
Columna 3		3	359.88	119.96	97.4917	
Columna 4		3	391.41	130.47	552.1543	
Origen de las variaciones	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Promedio de los cuadrados	F	Probabilidad	Valor crítico para F
Caudal	935.003717	2	467.501858	2.6973524	0.1459972	5.14325285
Presión	2294.1522	3	764.7174	4.41220131	0.05805279	4.75706266
Error	1039.91275	6	173.318792			
Total	4269.06867	11				

**Tabla 11.** Valores obtenidos con el análisis ANOVA.

**Table 11.** Values obtained with the ANOVA analysis.

$d_{50c}$ ( $\mu\text{m}$ )	86.70	99.14	123.87	155.4	115.01	110.96	127.28	86.12	95.54	108.73
$D_0$ (in)	2.5	3	3.3	4	2.75	2.4	2.75	1.75	1.9	2.15
$D_0$ (mm)	63.5	76.2	83.82	101.6	69.85	60.96	69.85	44.45	48.26	54.61
$D_u$ (in)	1.25	1.25	1	1	0.75	0.75	0.5	0.75	0.75	0.75
$D_u$ (mm)	31.75	31.75	25.4	25.4	19.05	19.05	12.7	19.05	19.05	19.05

**Tabla 12.** Valores de  $d_{50c}$  ( $\mu\text{m}$ ) frente a interacciones de diámetros de vórtex ( $D_0$ ) y diámetro de hundido ( $D_u$ ).

**Table 12.** Values of the  $d_{50c}$  ( $\mu\text{m}$ ) versus iteration of the vortex diameters ( $D_0$ ) and diameter of the spigot ( $D_u$ ).

	CONDICIÓN ACTUAL OPERACIÓN	CONDICIÓN OBJETIVO		CONDICIÓN ACTUAL OPERACIÓN	CONDICIÓN OBJETIVO
$D_0$ (pulgadas)	2.5	2.5	$D_0$ (mm)	63.5	63.5
$D_u$ (pulgadas)	1.25	1.25	$D_u$ (mm)	31.75	31.75
Q ( $\text{pie}^3/\text{min}$ )	24.77	38.81	Q ( $\text{m}^3/\text{h}$ )	42.08	65.94
P (psi)	11	27	P (Pa)	75842.3	186158
$d_{50c}$ ( $\mu\text{m}$ )	108.52	86.7	$d_{50c}$ ( $\mu\text{m}$ )	108.52	86.7
$d_{50}$ ( $\mu\text{m}$ )	68.5	63.5	$d_{50}$ ( $\mu\text{m}$ )	68.5	63.5
% distribución de oro de 74 $\mu\text{m}$ pasante en el rebose	71.3	77.39	% distribución de oro de 74 $\mu\text{m}$ pasante en el rebose	71.3	77.39

**Tabla 13.** Condiciones de operación que se espera alcanzar con las modificaciones realizadas.

**Table 13.** Operating conditions that are expected with the modifications made in the process.

#### 4. Conclusiones

La mejora de las condiciones de operación para incrementar la recuperación de mineral en los procesos de la metalurgia extractiva se encuentran continuamente en investigación. La motivación radicó en lograr mejorar la eficiencia en la recuperación mineral que impactara positivamente en el plano económico. Así, en este trabajo de investigación fueron empleados métodos estadísticos orientados a incrementar la recuperación del oro por medio de los parámetros de operación en un hidrociclón de 10 pulgadas (254 mm) de diámetro, el cual se empleaba en el proceso metalúrgico.

El estudio de la dependencia entre las variables permitió corroborar que el tamaño de corte  $d_{50c}$  se encuentra claramente relacionado con parámetros del hidrociclón como son el caudal y, en especial la presión de operación. De modo que, variando la presión de trabajo de 11 psi a 27 psi (0.76 Bar a 1.86 Bar) se lograba obtener un tamaño de corte corregido,  $d_{50c}$ , de 86.70  $\mu\text{m}$ , que

permitirá un aumento de distribución de oro alimentado de 71.30 % a 77.39 % a menos 74  $\mu\text{m}$  en el rebose del hidrociclón de 10 pulgadas o 254 mm (6 puntos de mejora al principio del texto pones 5 puntos) que alimentará a las etapas posteriores del circuito de concentración gravimétrica y/o cianuración-adsorción. Por lo tanto, se esperan mejores recuperaciones de oro obtenidos por el proceso de carbón en pulpa y, consecuentemente, una mayor producción de oro mensual trayendo mayores beneficios económicos a la empresa sin la necesidad de reemplazar los equipos actualmente existentes en la planta.

#### Agradecimientos

Hacemos llegar nuestro agradecimiento extensivo a los siguientes profesionales: Ingeniero Michael Drozd (Doctor en Metalurgia Extractiva y Geoquímica en la Universidad de Berkeley, EEUU), e Ingeniero Stuart Smith Metalurgista Principal-Director de Aurifex Pty Ltd, Australia.

## Referencias

- Baeza, D., Navarro, F., and Townley, B. (2016). Applying data science techniques to metallurgical characterization [Oral presentation]. GEOMET 2016 – 3rd International Seminar on Geometallurgy, Lima, Perú. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.18933.58081>.
- Chen, W., Nathalie Zydek, N., and Parma, F. (2000). Evaluation of hydrocyclones models for practical applications. *Chemical Engineering Journal*, 80, 295-303.
- Cho, K., Kim, H., Myung, E., Purev, O., Choi, N., and Park, C. (2020). Recovery of gold from the refractory gold concentrate using microwave assisted leaching. *Metals*, 10, 571.
- Fernández-González, D., Martín-Duarte, R., Ruiz-Bustanza, I., Mochón, J., González-Gasca, C., and Verdeja, L. F. (2016). Optimization of sinter plant operating conditions using advanced multivariate statistics: Intelligent data processing. *JOM*, 68, 2089-2095.
- Galvin, K. P., and Iveson, S. M. (2022). New challenges for gravity concentration and classification of fine particles. *Minerals Engineering*, 190, 107888. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2022.107888>.
- Gu, H., Ma, F., Guo, J., Li, K., and Lu, R. (2017). Hydrochemistry, multidimensional statistics, and rock mechanics investigations for Sanshandao Gold Mine, China. *Arabian Journal of Geosciences*, 10, 62.
- Handley, J. A., de Lange, M. F., Essrich, J. A. J., and Banning, F. (2000). A review of the sequential grid mining method employed at Elandsrand Gold Mine. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 100(3), 157-168.
- Jooshaki, M., Nad, A., and Michaux, S. (2021). A systematic review on the application of machine learning in exploiting mineralogical data in mining and mineral industry. *Minerals*, 11(8), 816.
- Krige, D. G. (1970). The role of mathematical statistics in improved ore valuation techniques in South African gold mines. In M.A. Romanova, and O.V. Sarmanov (Eds.), *Topics in Mathematical Geology* (pp. 243-261). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-1-4899-2708-8\\_22](https://doi.org/10.1007/978-1-4899-2708-8_22).
- Lee, W., Jung, M., Han, S., Park, S., and Park J.-K. (2020). Simulation of Layout rearrangement in the grinding/classification process for increasing throughput of industrial gold ore plant. *Minerals Engineering*, 157, 106545. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2020.106545>.
- Li, Q., Zhang, Y., Liu, X., Xu, B., Yang, Y., and Jiang, T. (2017). Improvement of gold leaching from a refractory gold concentrate calcine by separate pretreatment of coarse and fine size fractions. *Minerals*, 7(5), 80.
- Rao, P. D., Wolff, E. N., and Maneval, D. R. (1982). Application of Hydrocyclones for recovery of Fine Gold from Placer material. Mineral Industry Research Laboratory School of Mineral Industry, University of Alaska, Fairbanks, Alaska 99701.
- Taylor, D. L., and Altman, K. A. (2001). Geological data analysis for mineral processing: Dragging metallurgy into the twenty-first century. In: X. Heping (Ed.), *Computer Applications in the Mineral Industries*. CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9781003078661>.
- Turan, M. D. (2018). Statistical approach to mineral engineering and optimization. In A.I. Al-Juboury, *Contributions to Mineralization* (Chapter 8). Intechopen. <https://doi.org/10.5772/intechopen.71607>.