

CAPITULO VIII. CURVAS CARACTERISTICAS

Curvas teóricas

Curvas reales

Punto crítico, velocidad crítica y caudal máximo

Problemas característicos

CAPITULO VIII

CURVAS CARACTERISTICAS

Curvas teóricas

Se entiende por curva característica teórica de un pozo la representación gráfica del caudal en función del descenso cuando son nulas las pérdidas de carga. También a las representaciones caudal-caudal específico ($Q - Q/d$) caudal-descenso específico ($Q - d/Q$), se llaman curvas características.

El caudal específico de un pozo (Q/d) es el caudal aportado por unidad de descenso. Su ecuación de dimensiones es:

$$\frac{L^3/\overset{*}{T}}{L} = \frac{L^2}{\overset{*}{T}} = L^2 \cdot \overset{*}{T}^{-1}$$

El descenso específico (d/Q) es el descenso producido por unidad de caudal, siendo sus dimensiones: $\overset{*}{T} \cdot L^{-2}$.

Las anteriores relaciones son válidas, siempre que se consigan estabilizaciones de niveles para caudales constantes de bombeo. Cuando el régimen es variable, los descensos se medirán a igual tiempo de bombeo para cada uno de los caudales ensayados. Siempre considerando que las pérdidas de carga sean nulas.

La curva característica teórica de un pozo depende del tipo de acuífero que éste atraviese.

Si el acuífero es cautivo y trabaja como tal, el caudal es directamente proporcional al descenso, y su curva características teórica, gráfico 58, es una recta que pasa por el origen. Cuando la representación es del tipo $(Q/d - d)$ Se obtiene una recta paralela al eje de descensos, gráfico 59.

No son representativos los valores encontrados en aquellos casos en que el descenso sobrepasa el techo del acuífero, debido a que el efecto de drenaje produce una desviación en la curva característica, tanto más acusada cuanto mayor sea la relación entre el descenso y el espesor saturado de acuífero afectado.

Cuando el acuífero es libre, o en los casos de acuíferos inicialmente cautivos que, como consecuencia de un bombeo prolongado, funcionan como libres, los descensos creados deben ser pequeños respecto del espesor saturado, para no producir pérdidas de carga elevadas en la formación en las inmediaciones del pozo. De lo contrario, al disminuir de un importante modo el espesor saturado inicial en el entorno del pozo, la curva característica sufrirá una distorsión, obteniéndose rápidos aumentos del descenso ante pequeños incrementos del caudal.

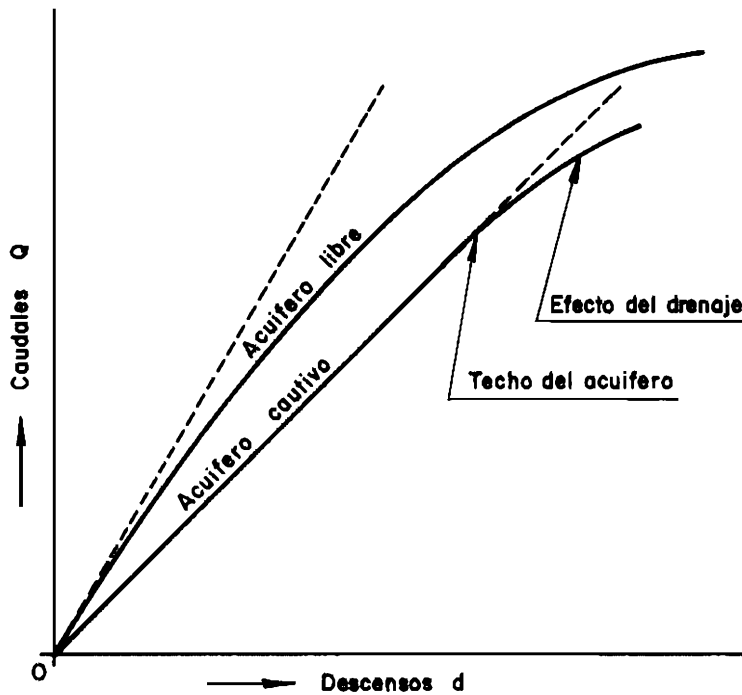


Gráfico 58.—Curvas características teóricas $(d - Q)$, para acuíferos funcionando como libres y cautivos.

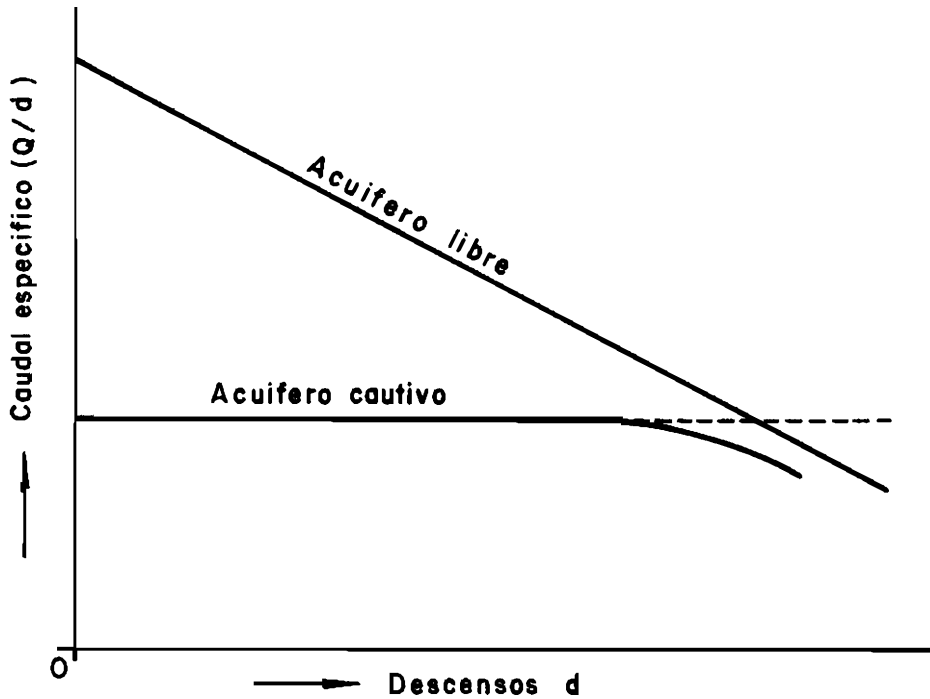


Gráfico 59.—Curvas características teóricas ($Q/d - d$), para acuíferos funcionando como libres y cautivos.

A juicio de los autores, los aumentos desproporcionados del descenso en bombeos en acuíferos libres que producen grandes depresiones relativas, se deben a las pérdidas de carga en las proximidades del pozo, y no a la disminución de la T por reducción del espesor saturado del acuífero, como suponen otros autores.

Curvas reales

Cuando se trate de pozos en condiciones de trabajo reales, deben tenerse en cuenta las pérdidas en dichos pozos para interpretar correctamente el significado de sus curvas características.

Como ya se ha visto, la ecuación general de descenso es:

$$d = AQ + BQ^n$$

Los valores de los coeficientes A y B están bien definidos cuando el acuífero está en carga. Si el acuífero es libre, el valor de B incluye las pérdidas habidas, tanto en el pozo como en la formación por reducción del espesor saturado, y A tiene un significado más complejo.

Si los bombeos se realizan con caudales reducidos, el régimen suele ser laminar ($n = 1$), y la relación Q/d es constante. En este supuesto la curva características ($Q-d$), es la recta que pasa por el origen, y la curva ($Q/d-d$) es una recta paralela al eje de descensos; es decir, las curvas obtenidas se corresponden con las teóricas, siendo superponibles siempre que las pérdidas de carga sean nulas ($BQ^n = 0$).

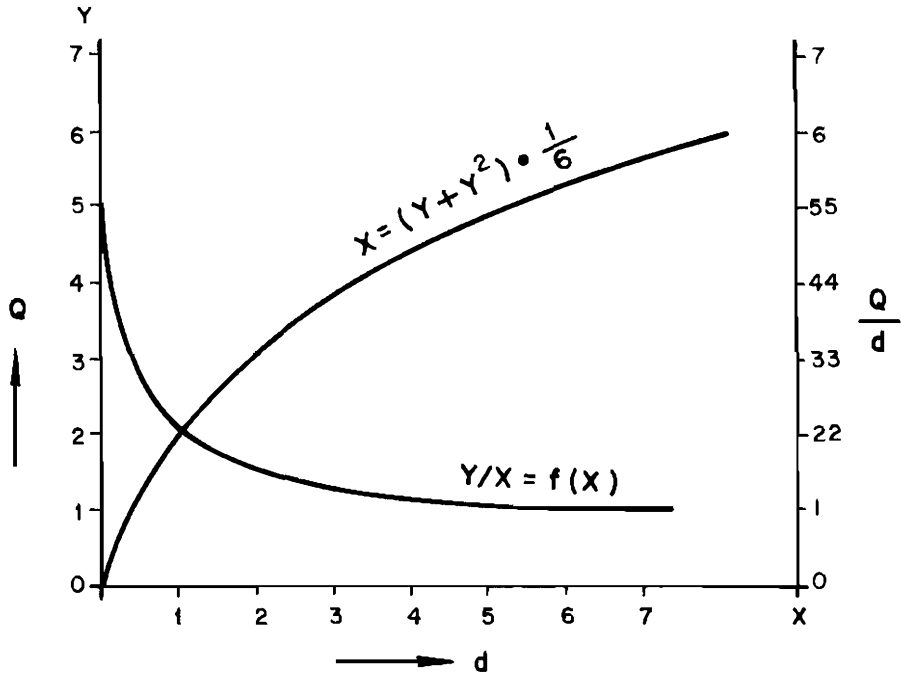


Gráfico 60.—Representación de la función $X = Ay + By^2$.

Cuando los descensos son considerables y $n = 2$, las pérdidas de carga suponen un factor importante respecto del descenso total originado, y la ecuación de descensos ($d = AQ + BQ^n$) puede expresarse mediante la función: $x = Ay + By^2$, que es una parábola (gráfico 60). Si la relación y/x se aleja de la unidad, la curvatura de la parábola es acusada. Pero cuando este cociente es próximo a 1, los puntos de la curva tienden a alinearse. Si los valores de x e y son elevados, puede dar la impresión de que se obtiene una recta que no pasa por el origen. La aparente alineación de los puntos no debe inducir a pensar que no existen pérdidas de carga. Sólo en el caso en el que la recta pase por el origen, puede asegurarse que las pérdidas de carga son nulas o despreciables.

En el gráfico 61 se dibujan las curvas características ($Q-d$) y ($Q/d-d$), que pueden presentarse normalmente.

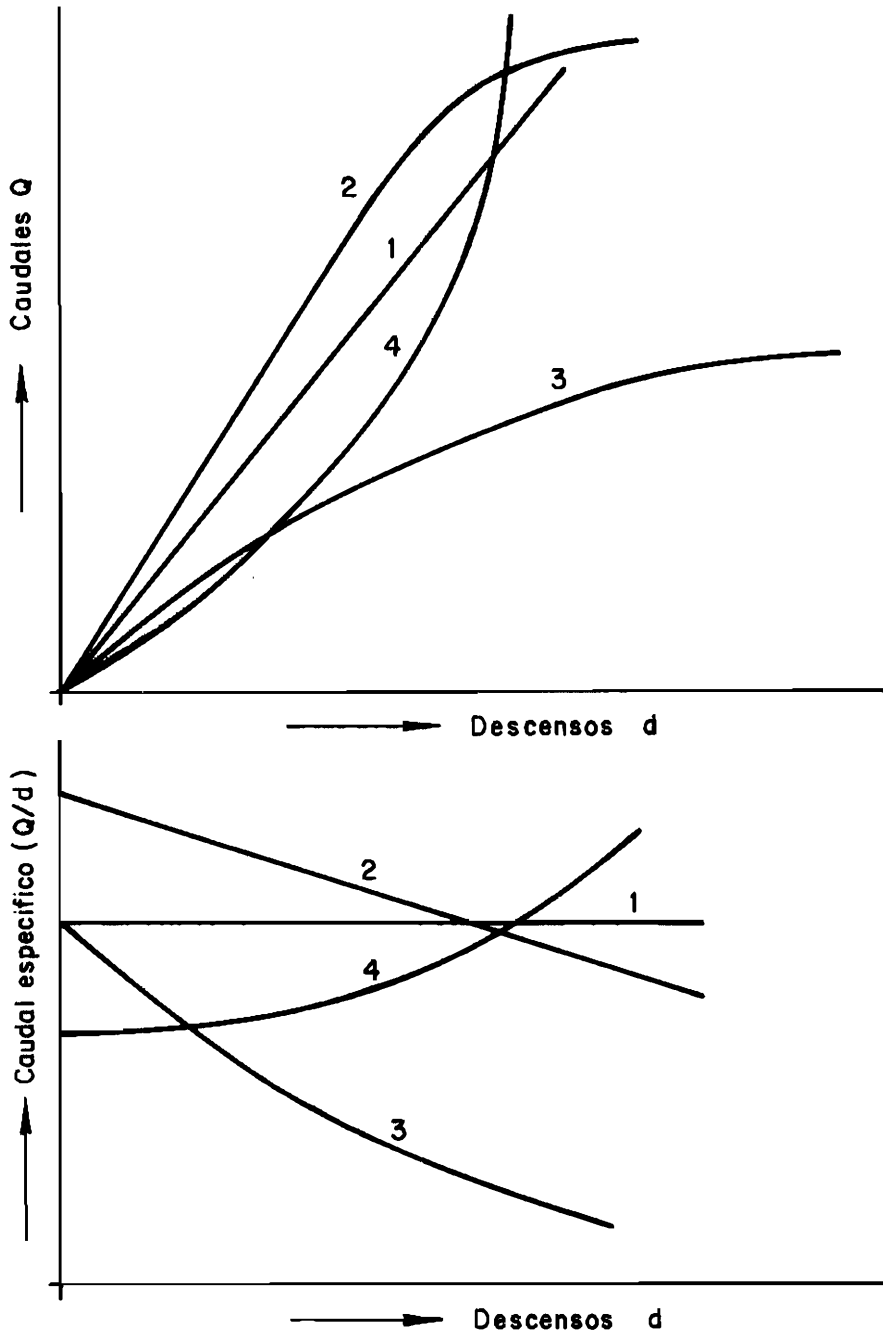


Gráfico 61.—Curvas características reales.

1. Acuífero cautivo sin pérdidas de carga en el pozo.
2. Acuífero libre sin pérdidas de carga en el pozo.
3. Acuífero con pérdidas de carga no lineales.
4. Curva anómala. Datos mal tomados o acuífero con características cambiantes con el tiempo de bombeo.

Cuando los datos propios del bombeo (Q y d) son erróneos, o en aquellos casos en que los parámetros del acuífero varían en función del radio de influencia, las curvas características pueden deformarse en mayor o menor grado, según la magnitud de los errores que se hayan cometido en los datos e hipótesis de partida.

Como anomalías más frecuentes que suelen presentarse en las curvas características, se citan las siguientes:

— Cambios de régimen laminar a turbulento.

En este caso el valor del exponente « n » varía de modo importante (entre 1 y 3), distorsionando tanto más la curva cuanto más se incremente el caudal de bombeo, gráfico 62.

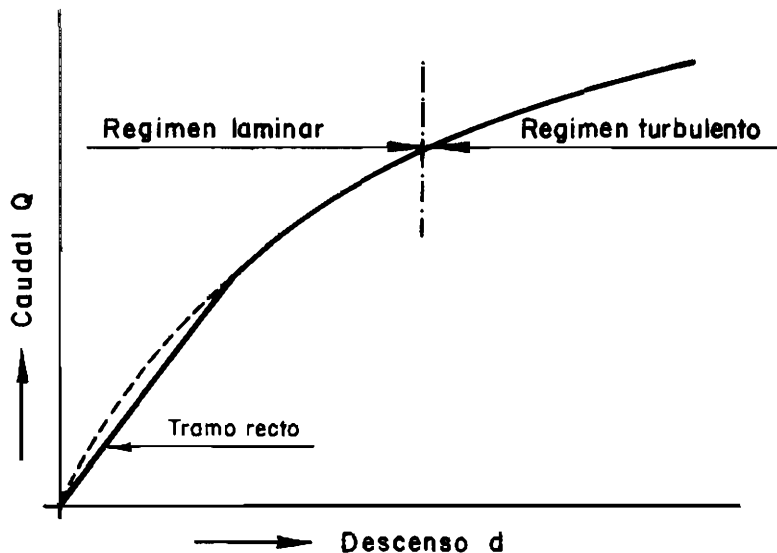


Gráfico 62.—Curva característica con régimen laminar y turbulento.

— Sistema multicapa con acuíferos de diferente potencial, en que el nivel en el sondeo es la media ponderada de los niveles de los acuíferos existentes.

En estas condiciones, y para caudales pequeños, no todos los acuíferos aportan agua. Será a partir de un caudal que provoque un descenso por debajo del nivel del acuífero de menor potencial cuando todos comiencen a funcionar. Este fenómeno produce una deformación en la curva característica, tal como se refleja en el gráfico 63.

En esta curva se aprecia una cierta concavidad hacia el eje de caudales mientras estos son pequeños, mientras que para caudales mayores se obtiene una

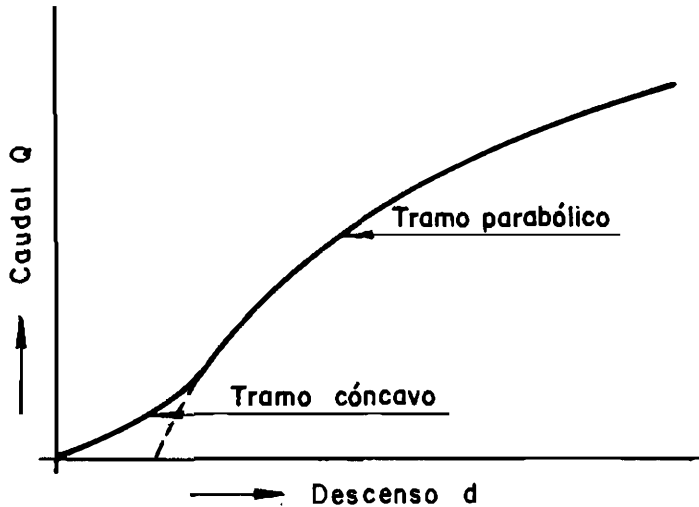


Gráfico 63.—Curva característica de un sistema multicapa con distintos potenciales.

parábola que, en su prolongación, corta el eje de descensos en valores positivos. Esto es debido al descenso originado por los acuíferos de menor potencial sobre aquellos que tienen su nivel más alto, para alcanzar el nivel medio ponderado en el pozo.

En la ecuación general de descensos $d = AQ + BQ^n$, pueden obtenerse valores de B negativos debido a que, en estas condiciones, el término AQ , para determinados caudales, adquiere valores proporcionalmente superiores a los que se obtendrían si todos los acuíferos estuvieran aportando agua desde el comienzo del bombeo.

— Causas varias.

Cuando se bombea un acuífero heterogéneo compuesto por rocas karstificadas se producen anomalías siempre que el nivel dinámico alcanza horizontes de distinta permeabilidad. También, cuando el agua circula a través de fisuras, para caudales importantes, el régimen turbulento se propaga a zonas alejadas del punto de bombeo, obteniéndose valores de « n » anormalmente elevados.

En acuíferos libres, cuando el espesor saturado se reduce de modo importante, los descensos crecen muy rápidamente para pequeños incrementos del caudal, dando lugar a representaciones atípicas de las curvas características.

Por efecto de una limpieza o desarrollo de un sondeo puede variar su nivel piezométrico. Por este motivo, los ensayos deben realizarse una vez limpio el sondeo partiendo de un nivel real estabilizado; así se evitarán errores derivados de tomar referencias cambiantes del nivel inicial.

Como consecuencia de algunas condiciones anómalas puede, en ocasiones, encontrarse valores de « A » negativos; lo cual no tiene sentido físico.

La escala elegida para dibujar las curvas características debe ser lo suficientemente amplia para facilitar su mejor interpretación.

Punto crítico, velocidad crítica y caudal máximo

En la curva característica dibujada en el gráfico 64 se distinguen dos partes claramente diferentes: el primer tramo OA puede asimilarse a una representación casi lineal donde la relación descenso-caudal mantiene una cierta proporcionalidad.

Para descensos importantes, la curvatura se hace cada vez más pronunciada, y la pendiente $Y/X = d/Q$ aumenta rápidamente (tramo AV).

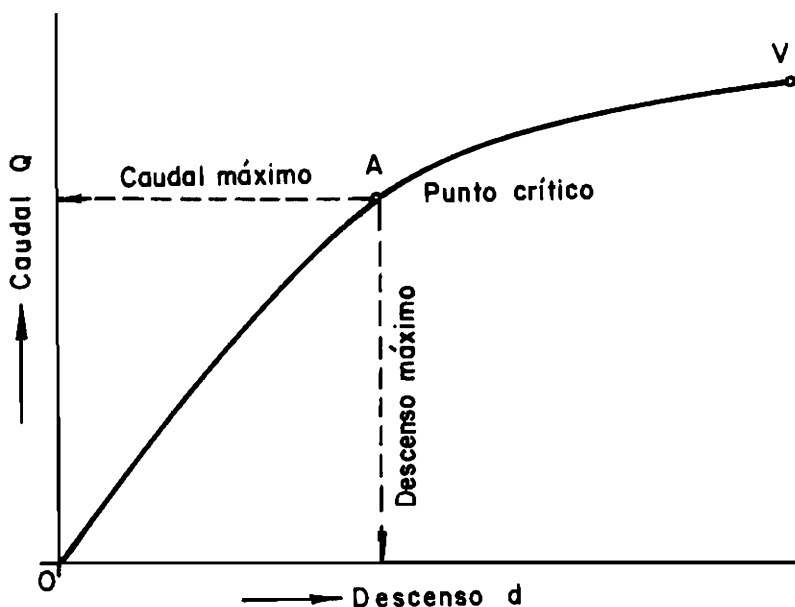


Gráfico 64.—Curva (d - Q). Caudal máximo y punto crítico.

El punto A de la curva característica a partir del cual un incremento pequeño del caudal provoca un aumento considerable del descenso, es lo que se denomina como «punto crítico».

Se admite, en general, que el descenso máximo para alcanzar el punto crítico viene dado por la expresión $d = 0.75H$, siendo H la potencia total saturada en un acuífero libre.

Si se trata de un acuífero cautivo, el valor de H es la longitud total de la columna de agua existente en el sondeo, en estado de reposo.

Cuando el nivel desciende por efecto del bombeo, el gradiente hidráulico aumenta en las proximidades del pozo, aumentando de forma paralela la velocidad de circulación del agua. El límite máximo admisible para dicha

velocidad, se llama «velocidad crítica». Esta velocidad se alcanza cuando el cono de descenso, partiendo de la pared del entubado, forma un ángulo de 45° con la horizontal, siendo 1 el valor de la pendiente (Castany, 1971).

Cuando la permeabilidad del acuífero es inferior a $3 \cdot 10^{-3}$ m/seg, la velocidad crítica o máxima se alcanza con gradientes hidráulicos más bajos.

Fue Sichardt quien relacionó, empíricamente, la velocidad crítica con la permeabilidad mediante la siguiente fórmula:

$$V_{\max} = \frac{\sqrt{K}}{15}$$

Dado que el caudal máximo es: $Q_{\max} = S \cdot V_{\max}$ y $S = 2\pi r H_p$, es la superficie periférica del entubado por donde circula el agua, se tiene:

$$Q_{\max} = 2\pi r H_p \frac{\sqrt{K}}{15}$$

siendo H_p = espesor de agua en el pozo en régimen dinámico.

En la práctica, no es aconsejable superar la mitad del valor obtenido.

$$Q_{\max} = \pi r H_p \frac{\sqrt{K}}{15}$$

PROBLEMAS CARACTERISTICOS

Ejercicio número 12

Con caudales constantes de 2.000, 3.500 y 5.500 m³/día, se han efectuado tres bombeos de 200 minutos de duración cada uno de ellos, sin recuperación de niveles.

Las medidas de los descensos observados se consignan en el cuadro siguiente:

Tiempo de bombeo (min.)	DESCENSOS (m)		
	$Q_1 = 2.00 \text{ (m}^3/\text{día)}$	$Q_2 = 3.500 \text{ (m}^3/\text{día)}$	$Q_3 = 5.500 \text{ (m}^3/\text{día)}$
3	0,32	1,82	4,50
5	0,45	—	—
7	0,54	—	—
10	0,63	2,10	5,00
15	0,75	2,25	5,50
20	0,83	2,45	5,75
30	0,94	2,60	6,02
40	1,00	2,75	6,25
50	1,07	2,85	6,40
60	1,12	3,00	—
80	1,20	3,13	6,65
100	1,25	3,22	6,83
150	1,33	3,40	7,10
200	1,40	3,50	7,25

Calcular el valor de los coeficientes A, B y n .

RESOLUCION

En el gráfico 65 se han representado los datos de descensos correspondientes a la tabla dada. Por extrapolación se obtienen los descensos corregidos al final de cada escalón.

El cuadro de valores encontrados es el siguiente:

Escalón	$Q \text{ (m}^3/\text{día)}$	$d \text{ (metros)}$	$d/Q \text{ (días/m}^2)$
1	2.000	1,40	$0,70 \cdot 10^{-3}$
2	3.500	3,25	$0,913 \cdot 10^{-3}$
3	5.500	6,82	$1,24 \cdot 10^{-3}$

En el gráfico 66 se representan los pares de valores $(d/Q - Q^{n-1})$, para $n = 2$. Con este valor de n , los puntos definen perfectamente una recta y, por tanto, el valor de los coeficientes se obtienen de modo directo:

$$n = 2 \text{ (fijado y comprobado)}$$

$$A = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ días/m}^2 \text{ (ordenada en el origen)}$$

$$B = 1,6 \cdot 10^{-7} \text{ días}^2/\text{m}^5 \text{ (pendiente de la recta)}$$

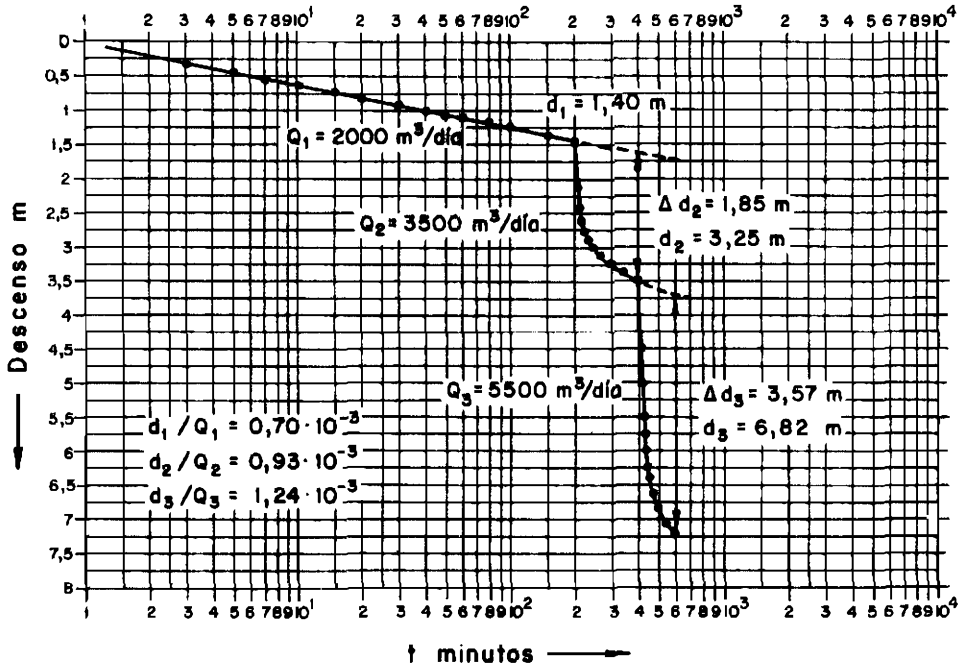


Gráfico 65.—Representación de los datos suministrados por los bombeos, para el ejercicio número 12.

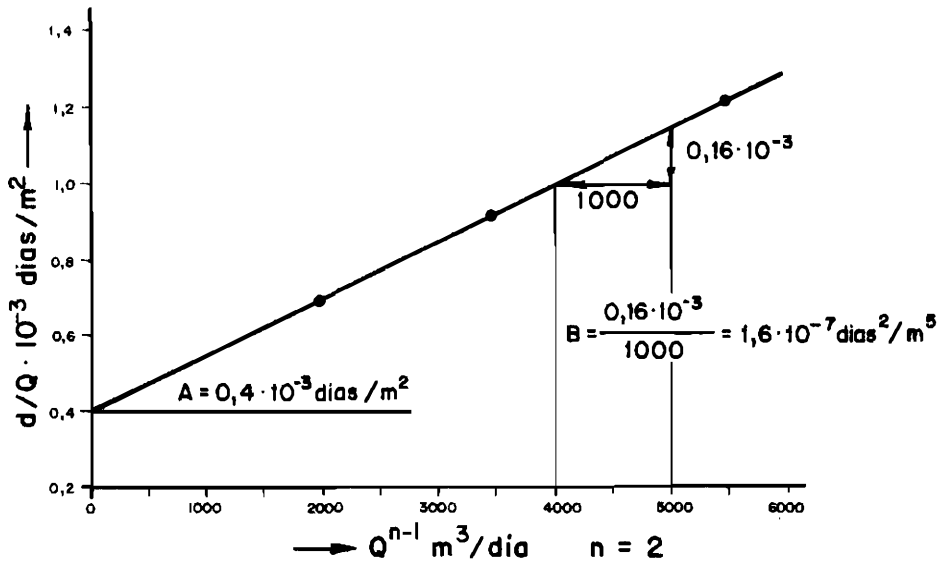


Gráfico 66.—Resolución gráfica de los coeficientes, para el ejercicio número 12.

Ejercicio número 13

Se realiza una terna de bombeos escalonados sin recuperación. Los caudales respectivos fueron de 1.300, 2.250 y 3.000 m³/día. El tiempo de duración de cada uno de los bombeos ha sido de 200 minutos, habiéndose alcanzado la estabilización de niveles en todos ellos.

Calcular: A, B y *n*, y escribir la ecuación del descenso en el pozo.

RESOLUCION

En este caso, por estar los niveles estabilizados al final de cada escalón, no es necesario hacer correcciones de descensos. Los descensos medidos al final de cada bombeo serán directamente utilizados en la resolución (gráfico 67).

El cuadro de valores es el siguiente:

Escalón	Q (m ³ /día)	d (metros)	dQ (días/m ²)
1	1.300	0,67	0,52 · 10 ⁻³
2	2.250	1,75	0,78 · 10 ⁻³
3	3.000	2,94	0,98 · 10 ⁻³

Procediendo como en el anterior ejemplo se tiene:

$$n = 2$$

$$A = 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ días/m}^2$$

$$B = 2,7 \cdot 10^{-7} \text{ días}^2/\text{m}^5 \text{ (gráfico 68)}$$

La ecuación de descenso en el pozo es:

$$d = 1,7 \cdot 10^{-4} \cdot Q + 2,7 \cdot 10^{-7} \cdot Q^2$$

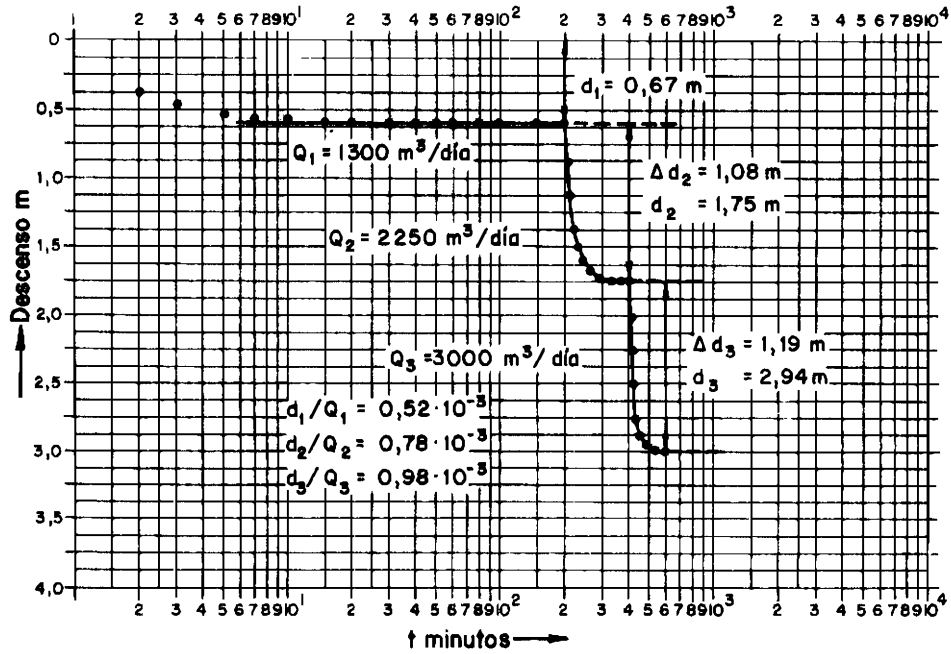


Gráfico 67.—Representación de los datos de los bombeos, para el ejercicio número 13.

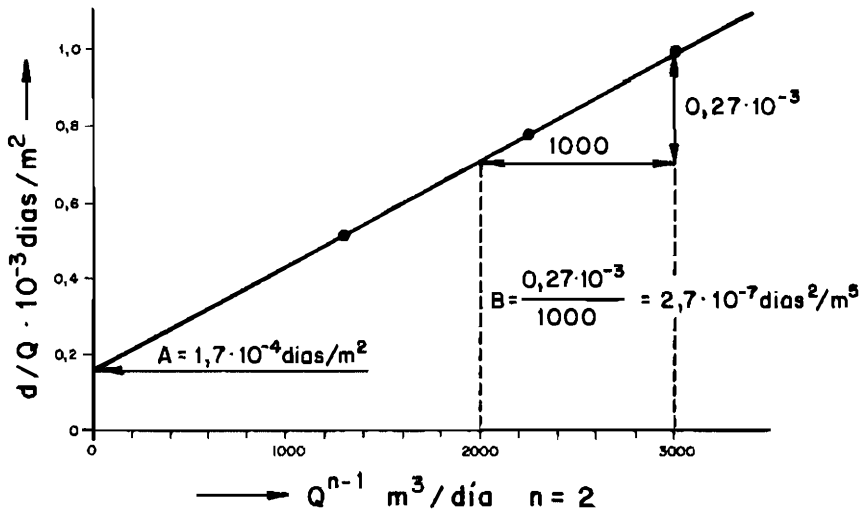


Gráfico 68.—Resolución gráfica de los coeficientes, para el ejercicio número 13.

Ejercicio número 14

Se realizan cuatro bombeos con caudales constantes escalonados de dos horas de duración para cada caudal, con recuperación total de niveles. Los caudales han sido de 500, 1.250, 1.750 y 2.375 m³/día, y los descensos medidos al final de cada escalón fueron de 1,0; 5,0; 10,5, y 21,85 m.

Calcular los valores de A, B y *n*, y hallar la ecuación del descenso en el pozo.

RESOLUCION

En el gráfico 69 se han representado las medidas tomadas durante los bombeos. Teniendo en cuenta que se ha dejado recuperar el pozo de modo total al final de cada bombeo, el origen de descensos ha sido el mismo.

El cuadro de valores es el siguiente:

Escalón	Q (m ³ /día)	d (metros)	d/Q (días/m ²)
1	500	1	2 · 10 ⁻³
2	1.250	5	4 · 10 ⁻³
3	1.750	10,5	6 · 10 ⁻³
4	2.375	21,85	9,2 · 10 ⁻³

En este caso, haciendo *n* = 2 y representado los pares de valores (*d*/Q – Q^{*n*-1}), se obtiene una curva (gráfico 70). Esta curva presenta concavidad hacia el eje positivo de ordenadas, lo que indica que el valor de *n* que define la recta buscada, será mayor que 2.

Permaneciendo constantes los valores *d*/Q representados en el eje de ordenadas, se tantea con distintos valores de *n* > 2, hasta encontrar uno que sitúe los pares (*d*/Q – Q^{*n*-1}) según una alineación recta.

La escala del eje de caudales es necesario adaptarla según los diferentes valores de *n*.

Para *n* = 2,8 se consigue la recta buscada; luego puede admitirse que es éste el valor real de *n*.

Como en los casos anteriores, A es la ordenada en el origen y B la pendiente de la recta.

$$n = 2,8$$

$$A = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ días/m}^2$$

$$B = 4 \cdot 10^{-9} \text{ días}^2/\text{m}^5$$

$$d = 1,5 \cdot 10^{-3} Q + 4 \cdot 10^{-9} \cdot Q^{2,8}$$

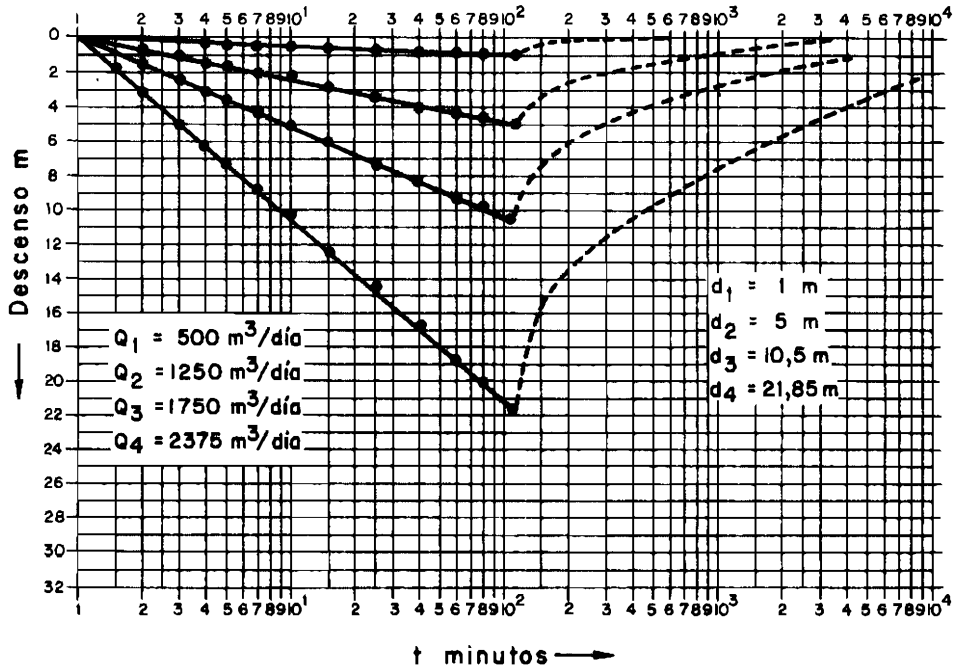


Gráfico 69.—Representación de los datos de los bombeos, para el ejercicio número 14.

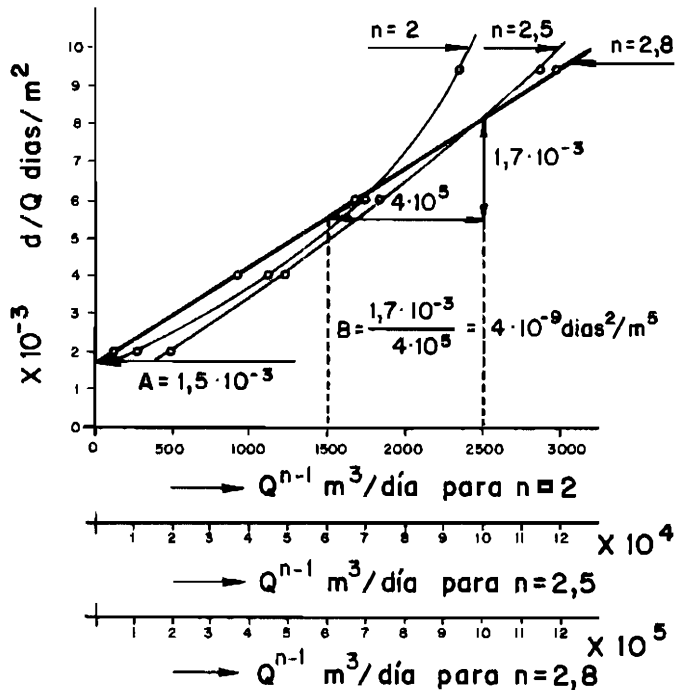


Gráfico 70.—Resolución gráfica de los coeficientes, cuando n no vale 2, para el ejercicio número 14.

Ejercicio número 15

Partiendo de los datos de los bombeos del ejemplo 14, calcular los coeficientes A, B y n por el método de tanteo de «A».

RESOLUCION

El valor de A que mejor ajusta los pares de valores, según una recta, es:

$$A = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ día/m}^2 \text{ (gráfico 71)}$$

La pendiente de la recta n, vale:

$$n - 1 = \frac{0,89}{0,50} ; n = 2,78$$

El valor de B no puede leerse directamente del gráfico, pero su cálculo es sencillo.

En la ecuación: $d/Q = A + BQ^{n-1}$, se sustituyen cualquier par de valores obtenidos en los bombeos. Para el segundo escalón: $Q = 1.250 \text{ m}^3/\text{día}$; $d/Q = 4 \cdot 10^{-3} \text{ día/m}^2$; luego:

$$4 \cdot 10^{-3} = 1,5 \cdot 10^{-3} + 1.250^{1,78} \cdot B$$

$$B = 7,6 \cdot 10^{-9} \text{ días}^2/\text{m}^5$$

Las diferencias encontradas por éste y el anterior procedimiento son propias de resoluciones gráficas y, en la práctica, carecen de importancia. Este método es de mayor precisión, pero conviene acotar previamente el valor A por tanteo del valor de n, para obtener una resolución más rápida.

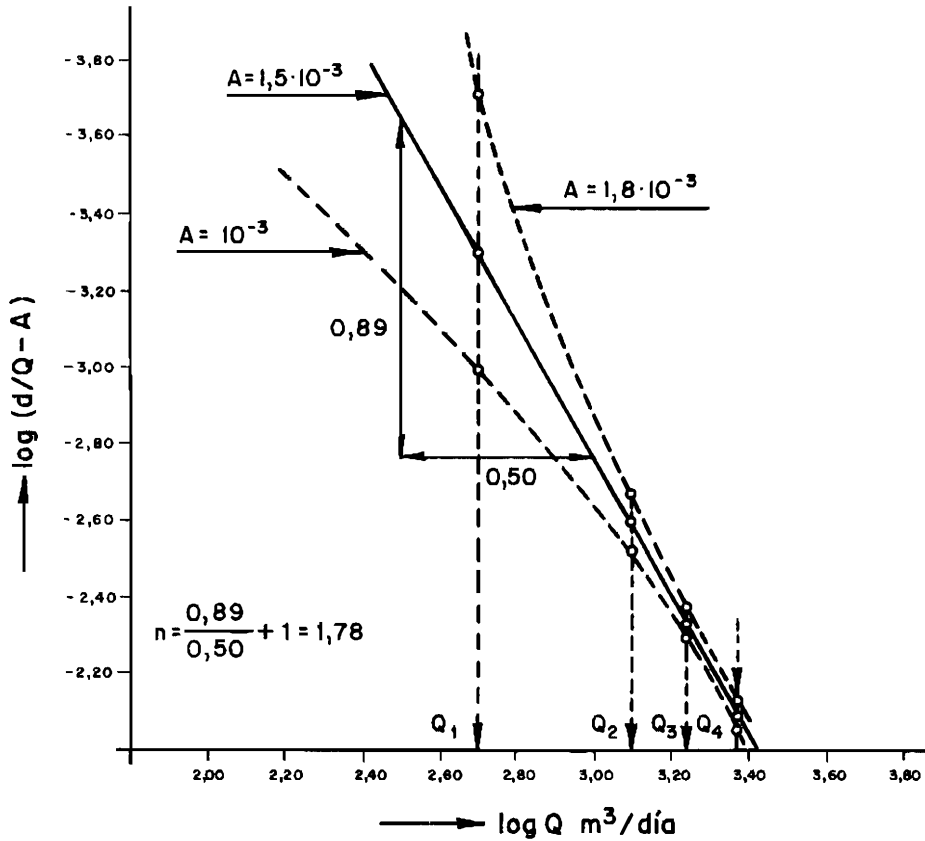


Gráfico 71.—Resolución gráfica de los coeficientes por el método de tanteo de A. para el ejercicio número 15.

Ejercicio número 16

Comprobar por métodos analíticos los resultados obtenidos en el ejemplo 12.

RESOLUCION

En el sistema:

$$\frac{\frac{d_2}{Q_2} - \frac{d_1}{Q_1}}{\frac{d_3}{Q_3} - \frac{d_2}{Q_2}} = \frac{Q_2^{n-1} - Q_1^{n-1}}{Q_3^{n-1} - Q_2^{n-1}}$$

sustituyendo valores, se tiene:

$$\frac{0,93 \cdot 10^{-3} - 0,70 \cdot 10^{-3}}{1,24 \cdot 10^{-3} - 0,93 \cdot 10^{-3}} = \frac{3.500 - 2.000}{5.500 - 3.500}$$

$$\frac{0,23}{0,31} = \frac{1.500}{2.000}; \quad 0,742 \sim 0,75$$

Como puede verse, la diferencia existente es muy pequeña, lo que permite dar como coincidentes, los resultados obtenidos por ambos métodos.

Ejercicio número 17

Mediante la realización de cuatro bombeos con caudales constantes escalonados, se han obtenido los siguientes resultados:

$$Q_1 = 300 \text{ m}^3/\text{día}; Q_2 = 500 \text{ m}^3/\text{día}; Q_3 = 800 \text{ m}^3/\text{día};$$

$$Q_4 = 1.100 \text{ m}^3/\text{día}$$

$$d_1 = 0,99 \text{ m}; d_2 = 2,45 \text{ m}; d_3 = 5,76 \text{ m}; d_4 = 10,45 \text{ m}$$

$$d_1/Q_1 = 0,33 \cdot 10^{-2}; d_2/Q_2 = 0,49 \cdot 10^{-2}$$

$$d_3/Q_3 = 0,72 \cdot 10^{-2}; d_4/Q_4 = 0,95 \cdot 10^{-2}$$

Calcular:

- Los coeficientes A, B y n, por el método de tanteo de n y por el método gráfico de superposición, comparando los resultados.
- Las pérdidas de carga en el pozo, para caudales de bombeo de 650, 800 y 1.200 m³/día.
- La ecuación del descenso en el pozo.

RESOLUCION

- Representando los valores d/Q en función de Qⁿ⁻¹, para n = 2, se obtiene una recta. (Gráfico 72.)

La ordenada en el origen:

$$A = 0,1 \cdot 10^{-2} \text{ días}/\text{m}^2$$

y la pendiente:

$$B = 7,7 \cdot 10^{-6} \text{ días}^2/\text{m}^5$$

Representados los valores (d/Q - Q) en papel bilogarítmico (gráfico 73), y ajustando la curva obtenida con una de las curvas patrón, se obtiene directamente el valor de n; n = -2.

Para un punto común 0, de ambas curvas, se pueden leer los siguientes valores:

1) En la dibujada:

$$Q = 650 \text{ m}^3/\text{día}; d/Q = 0,56 \cdot 10^{-2} \text{ días/m}^2$$

2) En la tipo o patrón:

$$\alpha = 4; F(\alpha) = 5; \text{ luego:}$$

$$A = \frac{d/Q}{F(\alpha)} = \frac{0,56}{5} = 0,11 \cdot 10^{-2} \text{ días/m}^2$$

$$B = A \left(\frac{\alpha}{Q} \right)^{\alpha-1} = 0,11 \cdot 10^{-2} \times \frac{4}{650} = 6,7 \cdot 10^{-6} \text{ días}^2/\text{m}^5$$

Estos valores son sensiblemente iguales a los obtenidos por el anterior procedimiento.

b) Los descensos por pérdidas de carga vienen dados por el término BQ^n . Sustituyendo valores se tiene que:

$$\text{Para } 650 \text{ m}^3/\text{día}; d_1 = BQ_1^2 = 0,04 \text{ m.}$$

$$\text{Para } 800 \text{ m}^3/\text{día}; d_2 = BQ_2^2 = 0,64 \text{ m.}$$

$$\text{Para } 1.200 \text{ m}^3/\text{día}; d_3 = BQ_3^2 = 1,44 \text{ m.}$$

c) La ecuación del descenso en el pozo es:

$$d = 1 \cdot 10^{-2} \cdot Q + 7 \cdot 10^{-6} \cdot Q^2$$

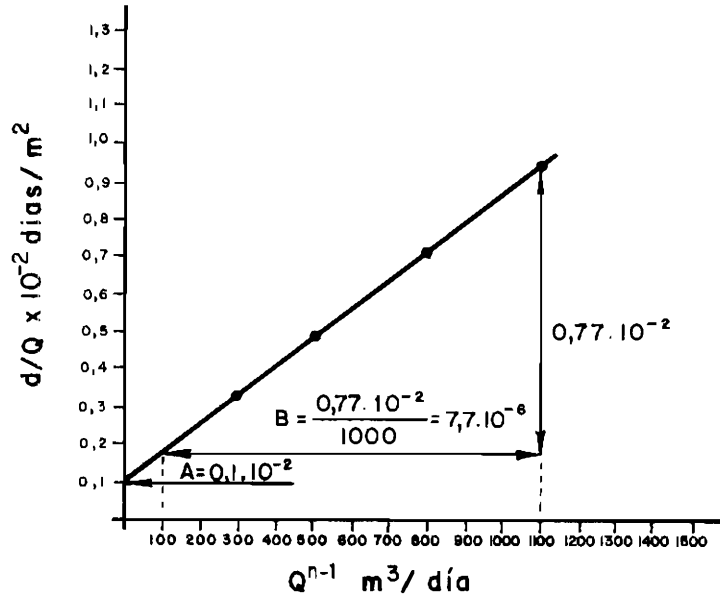


Gráfico 72.—Resolución gráfica de los valores de A, B y n, correspondientes al ejercicio número 17.

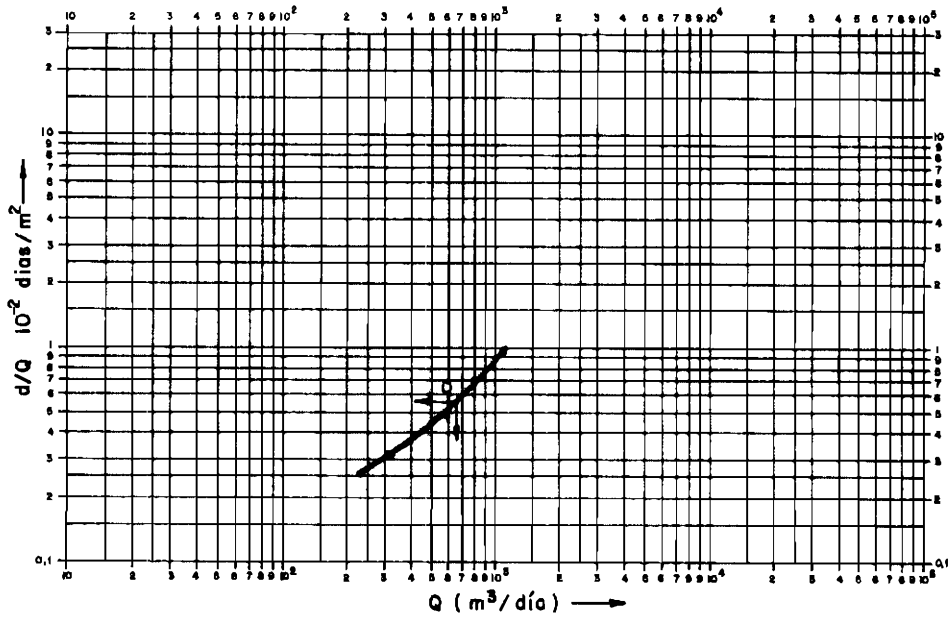


Gráfico 73.—Resolución por el método gráfico de superposición, de los valores A, B y n, para el ejercicio número 17.